Саратовский государственный университет
имени Н.Г.Чернышевского

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ И ПРОВЕДЕНИЯ МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА LI ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ

Саратов
2016 г

Комплект заданий подготовлен
региональной методической комиссией по физике

Координаты для связи (Савин Алексей Владимирович):
E-mail: AVSavin@rambler.ru с пометкой «Олимпиада» в теме письма
Адрес: 410012, Саратов, ул. Астраханская, 83, СГУ, ФНП, Савину А.В.
Телефон: +79033815893.

Задачи предложены следующими членами методической комиссии

7 класс	8 класс	9 класс	10 класс	11 класс
1.В.Н. Шевцов 2.Д.О. Любченко 3.Д.В. Савин 4.М.М. Стольниц	1. Д.О. Любченко, А.А. Дворцов 2. В.Н. Шевцов 3. В.П. Вешнев 4. А.А. Князев	1. М.М. Стольниц 2. А.А. Князев 3. М.М. Стольниц 4. А.А. Дворцов 5. В.Н. Шевцов	1. М.М. Стольниц 2. В.Н. Шевцов 3. Д.О. Любченко, А.А. Дворцов 4. В.Н. Шевцов 5. М.М. Стольниц	1. А.А. Дворцов 2. А.А. Князев 3. А.А. Дворцов 4. А.А. Дворцов 5. М.М.Стольниц

Председатель методической комиссии: А.В. Савин.

Члены методической комиссии: В.П. Вешнев, А.А. Дворцов, А.А. Князев, Д.О. Любченко, М.Н. Нурлыгаянова, М.В. Поздняков, А.А. Ростунцова, Д.В. Савин, М.М. Стольниц, Р.А. Торгашов, В.Н. Шевцов.

Общая редакция – А.В. Савин
Подготовка оригинал-макета – А.В. Савин, Д.В. Савин

Подписано в печать 8 декабря 2016 г. в 2.38

Условия задач

7 класс

1. "Поезд и велосипедист"

По дороге, расположенной параллельно железнодорожному пути, движется велосипедист со скоростью 8 км/ч. В некоторый момент велосипедиста догоняет поезд длиной 120 м и обгоняет его за 6 секунд. Через какое время после этого поезд прибудет на станцию, находящуюся в 20 км, если продолжит двигаться с той же скоростью?

2."Река с крокодилами"

Молодой, но талантливый изобретатель Дима изобрел самопрыгающее устройство, при помощи которого он может прыгнуть на расстояние 25 м одним прыжком, причем непосредственно прыжок занимает 3 с. При полевых испытаниях на ровном лугу оказалось, что минимальное время, за которое Дима при помощи своего устройства может, сделав несколько последовательных прыжков, переместиться на 1 км, составляет 160 с. Приехав для продолжения испытаний в жаркую Африку, Дима оказался на берегу реки, в которой строго параллельно берегам на расстоянии 25 м друг от друга лежат 25 крокодилов (см. рис. 1). Сможет ли Дима, перепрыгивая с одного крокодила на другого, перебраться по ним на другой берег, если находиться на крокодиле можно не более 0,5 с? Если да, сколько времени ему для этого потребуется? Первый и последний крокодилы находятся на расстоянии 25 м от берега.

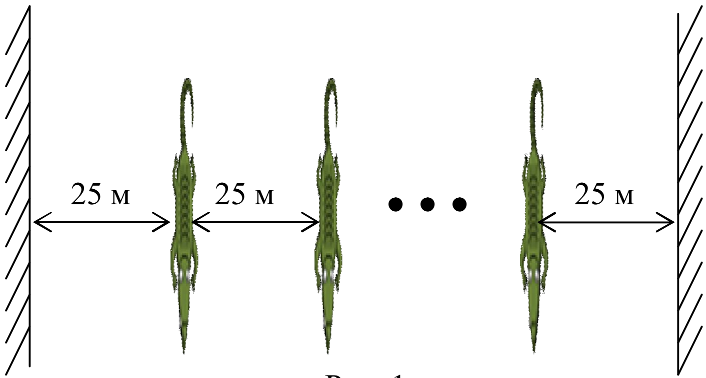

Рис. 1

3. "Масса задач"

Масса полного комплекта заданий и решений олимпиады по физике, распечатанного на 9-ти листах бумаги формата А4 с двух сторон, на 0,6 г больше, чем масса 9 листов такой же чистой бумаги. Тонер (красящее вещество) лазерного принтера состоит из отдельных частичек с характерным размером 5 мкм (1мкм = 10^{-6} м), плотность которых равна 1,5 г/см^3. Считая, что частички тонера наносятся на поверхность бумаги в один слой, оцените, какая часть (в процентах) поверхности листов занята текстом. Сколько частичек тонера понадобилось для печати? Размеры листа бумаги А4 – 210 мм×297 мм.

Совет: для оценки можно считать, что частички тонера являются кубиками с длиной ребра 5 мкм.

4. "Самый легкий материал"

В 2012 году было получено «самое лёгкое вещество» – аэрографит, который представляет собой синтетическую пену, состоящую из трубчатых волокон графита, заполненных воздухом. Плотность аэрографита равна 1,38 кг/м^3. Через год этот рекорд был побит: синтезирован «графеновый аэрогель» (графен – одноатомная плёнка графита) – материал аналогичного строения с плотностью 1,36 кг/м^3. На сколько процентов удалось уменьшить объёмную долю графита в материале? Плотность воздуха – 1,2 мг/см^3, графита – 2,25 г/см^3. Объемной долей вещества в материале называется отношение занимаемого этим веществом объема к общему объему материала.

8 класс

1. "Фильтр для воды"

На кухне у Васи есть фильтр для воды, состоящий из двух вложенных друг в друга цилиндрических емкостей (см. рис. 2, верхняя емкость закреплена строго по центру нижней). У каждой из емкостей высота равна диаметру основания, а высоты меньшей и большей емкостей отличаются в три раза. Емкости открыты сверху, вода из меньшей емкости переливается в бóльшую с постоянной скоростью. Вася хочет налить себе немного фильтрованной воды. Сколько времени ему придется подождать, если он только что заполнил доверху меньшую емкость и не хочет, чтобы вода вылилась из нее через край? Известно, что вода из верхней емкости полностью переливается в нижнюю за 28 минут, в начальный момент нижняя емкость пуста. Для наливания воды Вася наклоняет фильтр до тех пор, пока вода не коснется верхнего края нижней емкости.

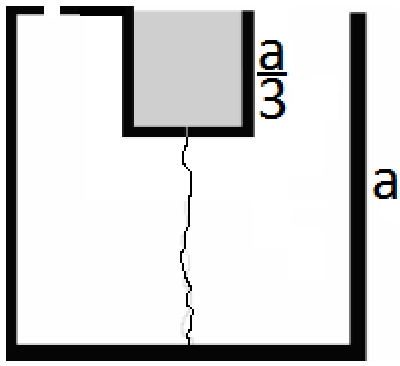

Рис. 2

2. "Две деревни"

По дороге длиной 10 км между деревнями Катовка и Хватовка с постоянной скоростью 40 км/ч курсирует маршрутка. Велосипедист на этой же дороге проводит тренировку, курсируя между деревнями со скоростью 15 км/ч. В 9 часов маршрутка и велосипедист стартовали одновременно из Катовки. В какой момент времени маршрутка впервые обгонит велосипедиста? Сколько раз до этого они встретятся, двигаясь навстречу друг другу? Считайте, что движение происходит без остановок: доехав до деревни, маршрутка и велосипедист сразу же едут обратно.

3. "Выпадающий шарик"

В центре плоского дна цилиндрической пробирки диаметром 20 мм лежит свинцовый шарик радиусом 2 мм. В пробирку аккуратно (так, что шарик не сместился) налили воды и заморозили, затем образовавшийся столбик льда с вмороженным шариком вытащили и опустили в тёплую воду. Он сразу полностью погрузился в воду, но не утонул. Оцените массу льдинки, которая через некоторое время всплывет на поверхность. Считайте, что лед тает равномерно со всех сторон, а шарик выпадает изо льда, если начинает выступать из него более, чем наполовину. Плотность свинца 11,3 г/см^3, льда 0,9 г/см^3, воды 1,0 г/см^3, объем шара определяется по формуле $V=4\pi R^3/3$.

4. "Железный век"

Обычно семьи племени Юмбо готовят целебный отвар так: полую тыкву объемом 5 литров наливают до краев водой из ручья, кладут в нее кусок черного дерева массой 3 кг, раскалённый на костре до температуры 200ºС, а затем закрывают крышкой и ждут, когда установится тепловое равновесие. До какой температуры нагревается вода внутри тыквы? Однажды одна из семей нашла железный метеорит массой 3 кг и решила использовать его вместо дерева. До какой температуры нагреется при этом вода, если метеорит удалось раскалить на костре до температуры 500°С? Плотности черного дерева 1200 кг/м^3, железа 7900 кг/м^3, воды 1000 кг/м^3; удельные теплоемкости черного дерева 2,4 кДж/(кг·°С), железа 0,46 кДж/(кг·°С), воды 4,2 кДж/(кг·°С). Температура воды в ручье 20°С, теплообменом содержимого тыквы с окружающей средой и теплоемкостью ее стенок пренебречь.

9 класс

1. "Подпрыгивающие шарики"

Над горизонтально расположенной плоской плитой висят – на разных высотах и не на одной вертикали – два одинаковых маленьких шарика. Шарики одновременно начинают свободно падать с нулевой начальной скоростью. После абсолютно упругого удара о плиту каждый шарик поднимается на прежнюю высоту и повторяет своё движение вдоль одной и той же траектории неограниченное число раз. Время между двумя последовательными ударами о плиту одного шарика в целое число N раз больше, чем другого. Известно, что первый раз шарики оказались на одинаковой высоте через время τ после начала движения. Через какое минимальное время после этого они снова окажутся на одинаковой высоте? Сопротивлением воздуха пренебречь.

2. "Бесконечная система блоков"

Из очень большого числа одинаковых подвижных блоков собрана изображенная на рис. 3 система. Определите массу одного блока, если система находится в равновесии, а динамометр Д показывает 50 Н. Соединяющие блоки нити легкие и нерастяжимые, трение отсутствует.

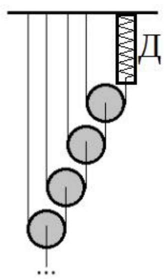

Рис. 3

3. "Кубик в пробирке"

Нижняя часть цилиндрической пробирки с внутренним диаметром d представляет собой полусферу с диаметром, равным диаметру пробирки. На столе вертикально стоят две таких пробирки, нижняя часть которых (полусфера) заполнена водой (см. рис. 4). В левую пробирку ставят кубик с длиной ребра $d/\sqrt{2}$. При какой плотности материала кубика он всплывет, если всю воду из правой пробирки перелить в левую? Плотность воды ρ_0, при переливании на верхнюю грань кубика вода не попадает, трения между кубиком и стенками пробирки нет.

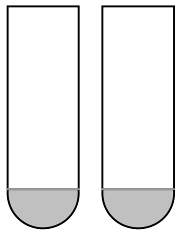
Рис. 4

4. "Перекачка тепла"

В две одинаковые большие емкости налито по 100 л воды при 20°C. В каждой из емкостей установлен электронагреватель мощностью 4,2 кВт. В некоторый момент времени включаются оба нагревателя, одновременно с ними включается насос, перекачивающий воду из левой емкости в правую с постоянной скоростью. Через 15 минут после включения нагревателей температура воды в левой емкости составила 31,9°С, а в правой – 27,9°С. Еще через 15 минут температура воды в правой емкости стала равна 36,5°С. Чему равна температура воды в левой емкости в этот момент? Потерями тепла, а также испарением воды пренебречь, удельная теплоемкость воды 4,2 кДж/(кг·°С).

5. "Схема с амперметром"

Определите показания амперметра в изображенной на рис. 5 схеме. Сопротивление амперметра много меньше сопротивления резисторов, а батарейка идеальная, т.е. напряжение на ее клеммах не зависит от текущего через нее тока.

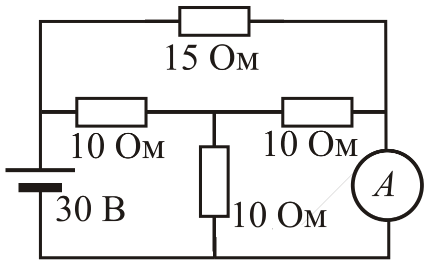

Рис. 5

10 класс

1. "Параболическое зеркало -1"

Параболоид вращения с фокусным расстоянием F установлен так, что его ось симметрии вертикальна (см. рис.6). Из точки, находящейся внутри параболоида на расстоянии a от его оси, отпускают без начальной скорости маленький шарик. На какой высоте (относительно вершины параболоида) находился этот шарик, если после двух абсолютно упругих отражений от параболоида он поднялся на первоначальную высоту? Ускорение свободного падения g.

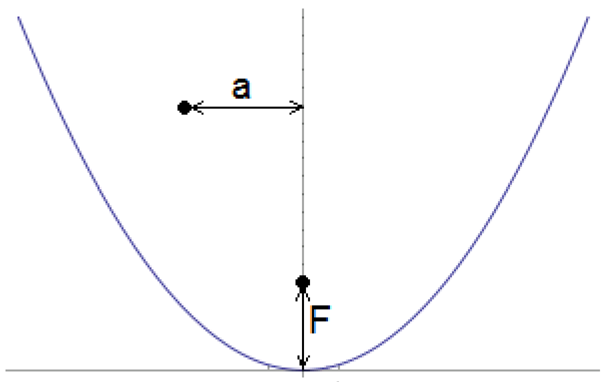

Рис. 6

Справочная информация: параболоид вращения – это поверхность, получаемая вращением параболы, уравнение которой $y=x^2/4F$, вокруг оси OY, называемой осью параболоида. Вершина параболы называется вершиной параболоида. Точка, лежащая на оси параболоида на расстоянии F от его вершины, называется его фокусом. Параболоид обладает следующим свойством: если перед абсолютно упругим ударом частицы о параболоид ее скорость была направлена параллельно его оси, то после этого удара ее скорость будет направлена на его фокус.

Указание: можно считать, что вся траектория шарика лежит в одной вертикальной плоскости.

2. "Саранча"

Саранча летела, летела
И села.
Сидела, сидела – все съела
И вновь улетела.
Отчет коллежского секретаря А.С. Пушкина
новороссийскому и бессарабскому
генерал-губернатору гр. М.С. Воронцову

Саранча сидит на горизонтальной платформе чувствительных электронных весов, при этом весы показывают 3,0 грамма. Саранча прыгает, отталкиваясь от весов под углом 57° к их поверхности. Определите ускорение саранчи в момент отталкивания, если показания весов в этот момент составили 38,5 г.

Для справки: sin 57°≈0,84.

3. "Кубик в бассейне"

К стене бассейна плотно прижат (но не приклеен) кубик, полностью находящийся под водой и не касающийся дна. Между стенкой кубика и стеной бассейна вода не проникает, поэтому между ними действует сила сухого трения, коэффициент трения равен μ. Уровень воды в бассейне начинают медленно понижать до тех пор, пока ее уровень не опустится до верхней грани кубика. При какой плотности кубика он будет оставаться в покое все это время? Плотность воды ρ_0, считайте, что кубик может двигаться только поступательно.

4. "Схема с амперметром"

Определите показания амперметра в изображенной на рис. 7 схеме. Сопротивление амперметра много меньше сопротивления резисторов, а батарейка идеальная, т.е. напряжение на ее клеммах не зависит от текущего через нее тока.

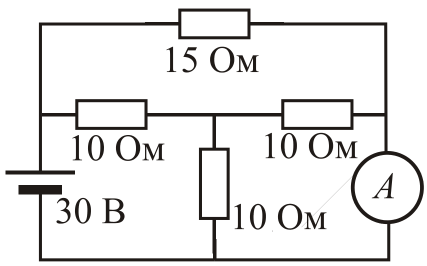

Рис. 7

5. "Параболическое зеркало –2"

Зеркало имеет форму параболоида вращения (см. задачу 1) с фокусным расстоянием F и высотой $4F$, накрытого сверху плоской пластиной, на которой на расстоянии a от оси параболоида закреплен источник света. Источник испускает тонкий луч света, параллельный оси параболоида (рис. 8). Определите расстояние между источником и точкой, в которой отраженный от зеркала луч попадает на пластину первый раз.

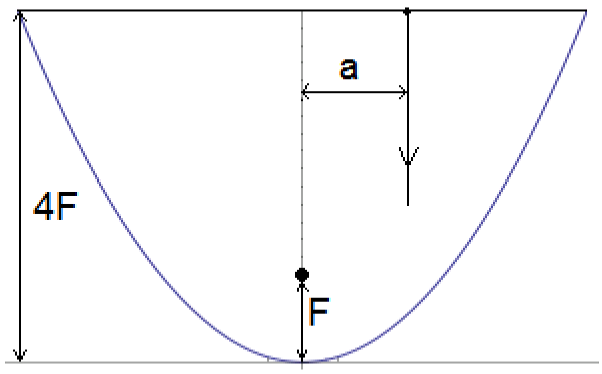

Рис. 8

11 класс

1. "Хоккей на наклонной плоскости"

Саша играет в хоккей на плоскости, наклоненной под углом β к горизонту. Он бросает шайбу в каком-то направлении вдоль плоскости со скоростью v, а сам едет с постоянной по величине и направлению скоростью u, образующей угол φ с проведенной на плоскости горизонтальной линией (см. рис. 9), и через некоторое время оказывается в одной точке с шайбой. На каком расстоянии от места броска это происходит? Трением о плоскость и сопротивлением воздуха можно пренебречь, шайба от плоскости не отрывается.

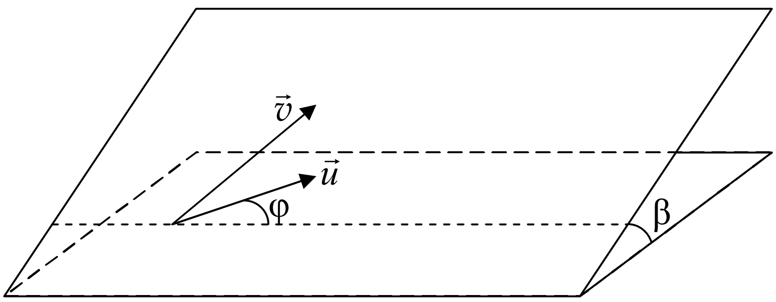

Рис. 9

2. "Ошибка Ньютона"

Говорят, И. Ньютон, планируя эксперименты по определению количественных характеристик тяготения, оценивал время, за которое столкнутся два свинцовых шара диаметром 1 фут, расположенные изначально на расстоянии 1 дюйм. Получив вследствие арифметической ошибки величину порядка нескольких месяцев, он отказался от проведения эксперимента. Экспериментальное исследование притяжения двух тяжелых шаров было проведено только через 100 лет Г. Кавендишем; результаты этого исследования позволили определить, в частности, гравитационную постоянную. Предлагаем Вам решить обратную задачу: зная значение гравитационной постоянной $6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м^2·кг$^{-2}$, оцените это время. Плотность свинца 11350 кг/м^3, 1 фут=30,48 см, 1 дюйм=2,54 см. Под расстоянием между шарами понимается расстояние между их ближайшими друг к другу точками.

3. "Загадочное устройство"

В дне цилиндрической емкости с площадью основания 10 м^2 имеется отверстие площадью 50 см^2, к которому приделана *U*- образная трубка с сечением такой же площади. В начальный момент времени в трубке находится вода, причем ее левое колено полностью заполнено, а в емкости воды нет (рис. 10). На высоте 10 м от основания емкость закрыта поршнем массой 100 кг, под которым находится 50 кг воздуха. Вся система поддерживается в течение долгого времени при постоянной температуре 80°C. На сколько повысится уровень воды в правом колене, если на поршень медленно насыпать песок общей массой 50 тонн? Считайте, что вода не выливается из трубки и не уходит из левого колена полностью. Атмосферное давление 10^5 Па, молярная масса воздуха 29 г/моль, воды 18 г/моль, плотность воды 1000 кг/м^3.

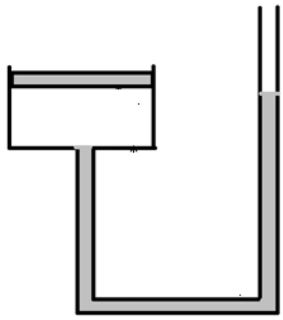
Рис. 10

4. "Меняющаяся индуктивность"

К батарейке с ЭДС E и внутренним сопротивлением r подключены параллельно друг другу идеальная катушка индуктивности и резистор сопротивлением R (рис. 11). Определите, как должна зависеть от времени индуктивность катушки, чтобы через нее тек постоянный ток I_0.

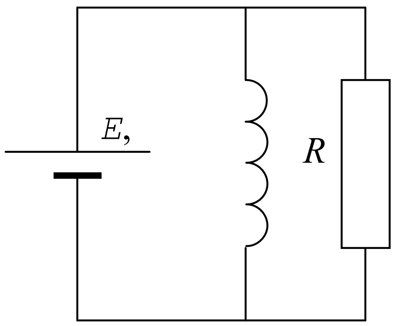

Рис. 11

5. "Луч в прозрачном шаре, или радуга"

Половину поверхности прозрачного шара посеребрили. На прозрачную половину шара из воздуха падает пучок света, параллельный оптической оси системы, ширина которого больше диаметра шара (рис. 12). При каких значениях показателя преломления шара n (n>1) найдётся по крайней мере один не лежащий на оптической оси системы луч, который после двух преломлений и одного отражения выйдет в воздух строго параллельно исходному направлению?

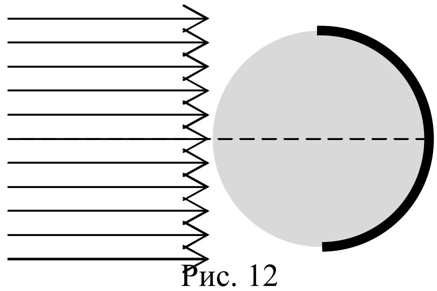
Рис. 12

Решения задач

7 класс

7-1. Из условия задачи следует, что скорость поезда относительно велосипедиста $v_{\text{ОТН}} = \frac{l}{t} = \frac{120}{6} = 20$ м/с = 72 км/ч. Тогда скорость поезда относительно Земли $v_2 = v_{\text{ОТН}} + v_1 = 72 + 8 = 80$ км/ч. Следовательно, остающиеся до станции 20 км поезд пройдет за 1/4 часа=15 минут.

Ответ: через 15 минут.

Критерии оценивания

Найдена скорость поезда относительно велосипедиста	3
Найдена скорость поезда относительно земли	4
Найдено время прибытия на станцию	3

7-2. Для перемещения на 1 км Диме нужно сделать 1 км/25 м=40 прыжков. Если каждый прыжок занимает 3 с, то сами прыжки потребуют 120 с. То, что это время меньше указанного в условии минимального времени в 160 с, означает, что Дима тратит некоторое время перед прыжком на подготовку к нему. Если предположить, что это время одинаково перед каждым прыжком, то оно, очевидно, равно (160–120)/39≈1,02 с. Поскольку находиться на крокодиле можно только 0,5 с, то перебраться через реку таким образом у Димы не получится.

Критерии оценивания

Определено количество прыжков для перемещения на 1 км	1
Определено необходимое для этого количества прыжков время	1
Указано, что из условия задачи следует, что для подготовки прыжка требуется время	5
Показано, что это время больше времени реакции крокодила	3

7-3. Найдем объем тонера, нанесенного при печати на листы: $V=m/\rho=0{,}4$ см^3. Если частички тонера наносятся в один слой, то занимаемую ими площадь можно найти как 0,4 см^3/5 мкм=$0{,}4\cdot10^{-6}$м^3/$5\cdot10^{-6}$м=0,08 м^2=800 см^2. Общая площадь поверхности листов составляет $18\cdot21{,}0\cdot29{,}7$ см^2=11226 см^2 (здесь учтено, что текст распечатан на обеих сторонах листов). Тогда текст занимает 800/11226≈7% площади листов.

Для определения количества частичек тонера можно общий объем потраченного тонера 0,4 см^3 разделить на объем одной частички, равный $5^3\cdot10^{-18}$ м^3=$1{,}25\cdot10^{-9}$ см^3, получается примерно $3\cdot10^9$ шт.

Ответ: 7% площади, $3\cdot10^9$ частичек.

Критерии оценивания

(при всех вычислениях допускаются округления в разумных пределах. Допускается проведение преобразований в общем виде)

Определен объем использованного тонера	3
Получен ответ на первый вопрос	4
Получен ответ на второй вопрос	3

7-4. Оба вещества состоят из графита и воздуха. Обозначая $V_{гр}$ и $V_в$ занимаемые им объемы, можно записать, что объемная доля графита в материале $\eta = \dfrac{V_{гр}}{V_в + V_{гр}}$.

В то же время по определению плотность материала $\rho = \dfrac{m_{гр} + m_в}{V_в + V_{гр}}$. Выражая массы графита и воздуха через их плотности и объемы, имеем:

$\rho = \dfrac{\rho_{гр} V_{гр} + \rho_в V_в}{V_в + V_{гр}} = \rho_{гр} \dfrac{V_{гр}}{V_в + V_{гр}} + \rho_в \dfrac{V_в}{V_в + V_{гр}} = \rho_{гр}\eta + \rho_в(1-\eta)$, откуда можно выразить объемную долю графита в материале: $\eta = \dfrac{\rho - \rho_в}{\rho_{гр} - \rho_в}$. Тогда можно вычислить отношение объемных долей графита в материалах: $\dfrac{\eta_2}{\eta_1} = \dfrac{\rho_2 - \rho_в}{\rho_1 - \rho_в} = \dfrac{1{,}36 - 1{,}2}{1{,}38 - 1{,}2} \approx 0{,}89$.

Следовательно, объемную долю графита удалось уменьшить на 11 %.

Ответ: на 11 %.

Комментарии: 1. Вообще говоря, плотность графита для решения не нужна. Но она позволяет вычислить объемные доли графита в каждом из материалов.

2. Заметим, что ответ "уменьшилось на 12,5%", который кажется естественным, если посчитать обратное отношение $\eta_1/\eta_2=1{,}125$ является, вообще говоря, неверным, поскольку изменение объемной доли составляет 11% от старого значения или 12,5% от нового. Тем не менее, рекомендуем не снижать баллов, если участник дает ответ 12,5%.

Критерии оценивания

Записано определение объемной доли графита	1
Записано определение плотности	2
Записана связь плотности и объемной дола графита	4
Получен ответ	3

8 класс

8-1. Изобразим граничную ситуацию, при которой вода начнет выливаться из нижней и верхней емкостей одновременно, т.е. при одинаковом угле наклона (см. рис.13). В этом случае заполненные водой части емкостей имеют одинаковую форму, а все их линейные размеры отличаются в 3 раза. Поэтому их объемы различаются в 3^3=27 раз, следовательно, и объемы воды в емкостях должны отличаться в 8 раз. Это означает, что в нижнюю емкость успело перетечь 27/28 всей воды, для чего потребуется 27/28·28 мин= 27 мин. Столько и придется ждать Васе.

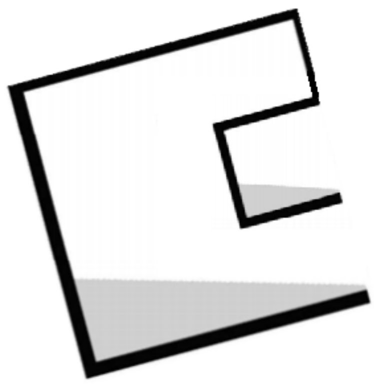

Рис. 13

Ответ*:* 27 минут.

Рекомендация проверяющему: вообще говоря, необходимо также проверить, что в указанном положении жидкость в большом сосуде не касается поверхности малого. Однако поскольку этот факт вполне понятен из построения, требовать от участников его строгого доказательства не следует.

Критерии оценивания

Нарисована или описана граничная ситуация	2
Указано, что в этом форма заполненных водой частей одинакова	3
Определено отношение объемов этих частей	2
Определено, какая часть воды перетекла в нижнюю емкость	2
Ответ	1

8-2. Преобразуем величины скоростей для удобства: $v_M = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$ км/мин; $v_B = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ км/мин. Ясно, что маршрутке требуется 15 минут, чтобы проехать между деревнями, а велосипедисту – 40 минут. Исходя из этого, строим графики их движения – зависимости координат от времени (рис.14)

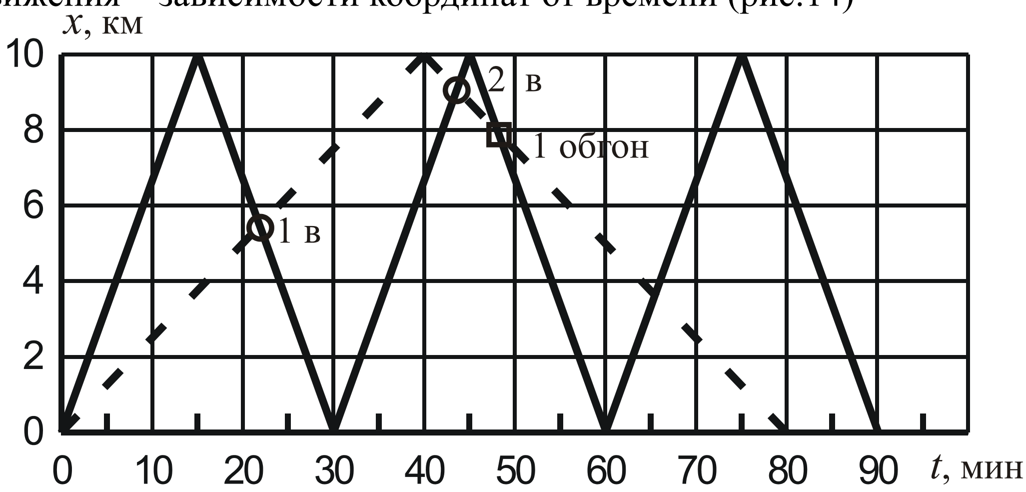

Рис. 14

Сплошной линией показан график движения маршрутки, а пунктирной — график движения велосипедиста. Время отсчитывается от момента их общего старта (т. е. $t = 0$ соответствует 9^{00}). Точка пересечения графиков, отмеченная квадратиком, соответствует первому обгону велосипедиста маршруткой. Это произошло между 40 и 50 минутами движения, когда они двигались от Хватовки в сторону Катовки. Из графика видно так же, что до этого они успели дважды встретиться (две точки пересечения графиков, отмеченные кружками). Найдем точное время обгона. Для этого составим уравнения движения велосипедиста и маршрутки для интересующего нас промежутка времени. За начало отсчета времени возьмем 9 ч 40 минут, когда велосипедист впервые стартовал в обратный путь. Тогда для велосипедиста $x_B(t) = 10 - v_B \cdot t$. Старт маршрутки из Хватовки был на 5 минут позже. Поэтому ее уравнение движения имеет такой вид: $x_M(t) = 10 - v_M \cdot (t - 5)$. Приравнивая их координаты, находим момент обгона: $x_B(t_O) = x_M(t_O)$. В развернутом виде: $10 - v_B \cdot t_O = 10 - v_M \cdot (t_O - 5)$. Отсюда получаем, что $t_O = \frac{v_M \cdot 5}{v_M - v_B} = 8$ минут. Это означает, что первый обгон произошел в 9 часов 48 минут.

Ответ*:* в 9^{48}, 2 раза.

Критерии оценивания

Определено (любым способом), что обгон произойдет после того, как маршрутка три раза проедет расстояние между деревнями	4
Определено количество встреч до обгона	2
Рассчитано время обгона	4

8-3. Пусть R=1 см – радиус основания пробирки, а h – высота ледяного столбика. Условие плавания пробирки с шариком имеет вид $\rho_{св}\frac{4}{3}\pi r^3+\rho_л(\pi R^2 h-\frac{4}{3}\pi r^3)=\rho_в\pi R^2 h$, откуда

$$h=\frac{4(\rho_{св}-\rho_л)r^3}{3(\rho_в-\rho_л)R^2}=\frac{4}{3}\cdot\frac{10{,}4}{0{,}1}\cdot\frac{8\cdot10^{-3}}{1}\approx1{,}11\text{ см}$$

Для того, чтобы шарик выпал, должен растаять слой льда толщиной 2 мм. В результате диаметр и высота цилиндра уменьшатся на 4 мм и станут равны h'=7,11 мм и D'=16 мм, при этом на месте шарика останется полусферическая выемка. Тогда масса оставшейся льдинки $m=\rho_л(\pi R'^2 h'-\frac{2}{3}\pi r^3)=1{,}13$ г.

Заметим, что объем выемки составляет менее 2% от объема всей льдинки, поэтому в предыдущей формуле им можно пренебречь.

Ответ: 1,13 г (допускается округление до десятых).

Критерии оценивания

Записано условие плавания льдинки с шариком	4
Определена высота льдинки	2
Определены размеры льдинки после выпадения шарика	2
Ответ	2

8-4. При погружении дерева в воду из тыквы выльется часть воды, объем которой равен объему погруженного куска $V=m/\rho$. Между оставшейся водой и деревом будет происходить теплообмен, уравнение которого имеет вид

$$c_в\rho_в(V_0-m_д/\rho_д)(T-t_0)=c_д m_д(t_д-T),$$

где V_0 – объем тыквы, T – искомая температура. Тогда

$$T=\frac{c_д m_д t_д+c_в\rho_в(V_0-\frac{m_д}{\rho_д})t_0}{c_в\rho_в(V_0-\frac{m_д}{\rho_д})+c_д m_д}$$

Подставляя приведенные в условии числовые данные, получаем при использовании дерева 93°C. Для железа можно получить абсолютно аналогичную формулу, подстановка в которую численных значений дает 62°C.

Ответ: 93°C, 62°C.

Критерии оценивания

Записано уравнение теплового баланса	6
Получен ответ	4 (по 2 за каждый)

Решения, в которых не учитывается выливание воды из тыквы, оценивать не выше 5 баллов

9 класс

9-1. Для определённости считаем, что 1-й шарик находится на меньшей высоте. Введём обозначения: H_1, H_2 – высота над плитой в начальный момент времени 1-го и 2-го шарика соответственно; T_1, T_2 – время от начала движения до первого удара о плиту («время падения») 1-го и 2-го шарика, соответственно.
Будем далее называть "встречей" ситуацию, при которой оба шарика оказались на одной высоте.
Поскольку времена падений относятся как целые числа, то за время падения второго шарика первый успеет целое число раз пройти путь H_1. В зависимости от того, четным или нечетным является число N, в момент первого нахождения второго шарика на плите первый будет находиться либо на плите (при нечетном N, рис. 15а) либо в верхней точке своей траектории (при четном N, рис. 15б).

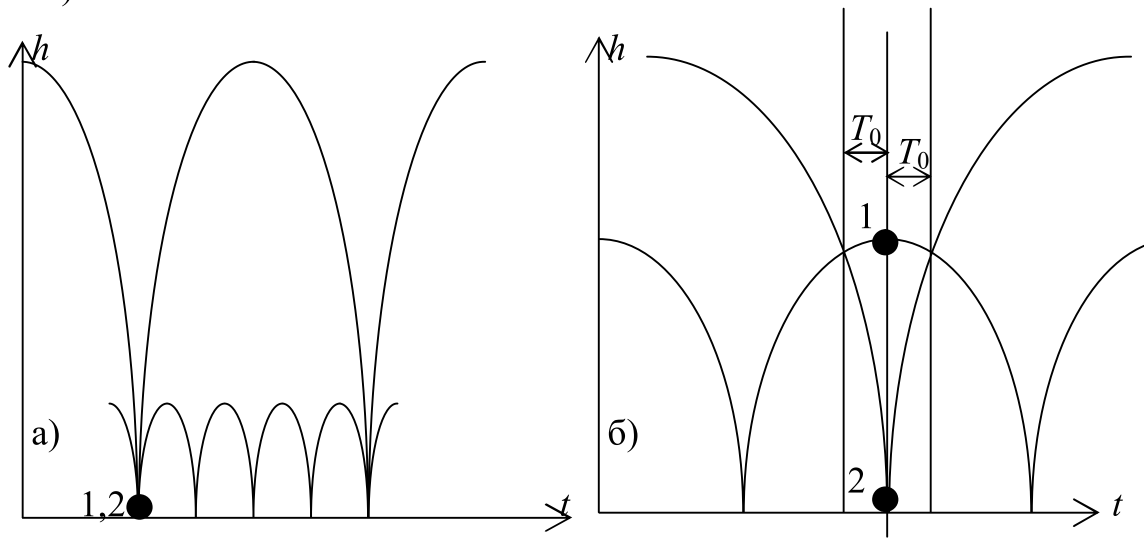

Рис. 15.

Случай а) рассматривается довольно просто. Из рисунка понятно, что в этом случае $\tau=T_2$, а следующая встреча шариков произойдет также в момент их нахождения на плите, который случится через время $2T_2=2\tau$.
В случае б) обозначим T_0 время, которое прошло между первой встречей шариков и изображенным на рис. моментом. Пусть встреча произошла на высоте h над плитой. Тогда $g(T_2-T_0)^2/2=H_2-h$ и $gT_0^2/2=H_1-h$. Из этой системы несложно найти T_0: $T_0=\dfrac{T_2}{2}-\dfrac{H_2-H_1}{gT_2}$. Т.к. $H=gT^2/2$, то $T_0=\dfrac{T_2}{2}-\dfrac{T_2^2-T_1^2}{2T_2}=\dfrac{T_1^2}{2T_2}=\dfrac{T_2}{2N^2}$. Из симметрии движения следует, что от первой встречи до второй пройдет время $2T_0=\dfrac{T_2}{N^2}$. Осталось выразить T_2 через τ: $\tau=T_2-T_0=T_2\dfrac{2N^2-1}{2N^2}$. Тогда $2T_0=\dfrac{\tau}{2N^2-1}$

Ответ: 2τ при нечетном N, $\dfrac{\tau}{2N^2-1}$ при четном N.

Критерии оценивания

Получена связь высот и времен падения	2
Анализ случая нечетного N	3
Анализ случая четного N	5

9-2. Поскольку крайний правый блок не вращается, то сила натяжения его левой нити равна также 50 Н. Поскольку число блоков в системе очень большое, то удаление одного правого блока не изменит конфигурацию системы. Это означает, что сила натяжения нити, присоединяющей второй справа блок к первому, также равна 50 Н. Тогда получается, что на крайний правый блок действуют две силы по 50 Н, направленные вверх, и одна такая же сила, направленная вниз. Поскольку блок находится в равновесии, то действующая на него сила тяжести составляет, таким образом, 100–50=50 Н. Тогда его масса 5 кг.
Ответ: 5 кг.

Критерии оценивания

Определена сила натяжения левой нити первого справа блока	2
Определена сила натяжения нити, соединяющей второй блок с первым	6
Определена масса блока	2

9-3. Размеры кубика таковы, что его горизонтальные грани представляют собой квадраты, вписанные в окружность – горизонтальное сечение пробирки. Поэтому кубик касается стенок только своими боковыми рёбрами. Под действием силы тяжести кубик опустится до «низа» пробирки, то есть до места, где кончается цилиндрическая часть и начинается полусфера, и там остановится. Объём полусферы равен

$$V_s = \frac{2}{3}\pi R_s^{\ 3} = \frac{1}{12}\pi d^3$$

До начала переливания кубик касается поверхности жидкости нижней гранью, и выталкивающая сила равна нулю.
Переливаемая жидкость начнёт заполнять пространство между кубиком и стенками пробирки. Пространство между стенками кубика и пробирки представляет собой четыре цилиндра, суммарная площадь основания которых определяется как разность площадей круга диаметром d и основания кубика. Тогда объём залитой жидкости $V_ц$ связан с высотой уровня воды над дном кубика (глубиной погружения кубика) h соотношением

$$V = h\left(\frac{\pi d^2}{4} - \left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2\right) = h\frac{d^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$$

Кубик начнёт всплывать, когда сила Архимеда станет равна силе тяжести. Для этого жидкость должна подняться до такой высоты h_0, что $\rho_0 S_к h_0 g = \rho V_к g$, или

$\rho_0\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2 h_0 = \rho\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^3$, откуда $h_0 = \frac{\rho}{\rho_0}\frac{d}{\sqrt{2}}$.

Видно, что с ростом плотности кубика растет требуемая высота жидкости. Максимально возможная плотность кубика, при которой он всплывет, соответствует переливанию всей жидкости из правой пробирки. В этом случае

$$\frac{\rho}{\rho_0}\frac{d}{\sqrt{2}}\frac{d^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) = \frac{1}{12}\pi d^3.$$

Отсюда $\rho = \dfrac{\rho_0}{6\sqrt{2}(1-1/2\pi)} \approx 0{,}12\rho_0$.

Ответ: при плотности меньше $\dfrac{\rho_0}{6\sqrt{2}(1-1/2\pi)} \approx 0{,}12\rho_0$.

Критерии оценивания

Записана связь высоты жидкости с перелитым объемом	3
Получено выражение для высоты жидкости, при которой кубик всплывет	3
Получено выражение для максимальной плотности кубика	3
Записан числовой ответ	1

9-4. Пусть M – начальная масса воды в каждой из емкостей, Δm – масса воды, перекачанная за время τ=15 минут из левой емкости в правую, $\Delta T_л$=11,9°C и $\Delta T_п$=7,9°C – изменения температуры в левой и правой емкости за это время. Поскольку потерь нет, то уравнение теплового баланса для всей системы имеет вид $2P\tau = c(M+\Delta m)\,\Delta T_п + c(M-\Delta m)\,\Delta T_л$ (1), откуда находим Δm=45 кг. Очевидно, еще через 15 минут Δm станет в два раза больше. Тогда из уравнения теплового баланса находим $\Delta T_л$=36,5°C.

Ответ: 66,5°C

Критерии оценивания

Записано уравнение (1) или аналогичное ему для первых 15 минут	5
Определена масса воды, перекачанная за 30 минут	2
Получен ответ	3

9-5. Поскольку сопротивление амперметра можно считать равным нулю, схему можно перерисовать так, как показано на рис.16. Тогда ее общее сопротивление равно 7,5 Ом, поэтому через батарейку течет ток 30 В/7,5 Ом= 4А. Этот ток складывается из тока, текущего через амперметр, и тока I_1, текущего через резистор R_1. Поскольку сопротивления нижней и верхней ветвей схемы равны (по 15 Ом), то текущий через источник ток 4А делится между ними пополам. В свою очередь, текущий через сопротивление R_2 ток 2 А также поделится пополам между сопротивлениями R_3 и R_1, т.е. I_1=1А. Тогда искомый ток равен 4А –1А=3А

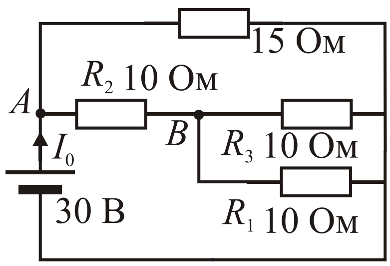

Рис. 16

Ответ: 3 А.

Критерии оценивания

Определен ток через источник	3
Определен ток через резистор R_1	3
Получен ответ	4

10 класс

10-1. Координаты исходной точки обозначим (a, h). Отметим, что точки на оси (a=0) не удовлетворяют условию задачи: тело движется вертикально вверх уже после одного отражения от поверхности зеркала (вместо двух). Поэтому ниже полагаем $a\neq0$.

Тело, падая, попадёт на поверхность параболоида в точке с координатами (a, $a^2/4F$). *Сразу после* отражения от поверхности скорость тела направлена в точку фокуса (это не зависит от наличия или отсутствия силы тяжести!). Тогда угол, который скорость образует с горизонтом, определяется из соотношения $tg\alpha = \dfrac{F - a^2/4F}{a} = \dfrac{4F^2 - a^2}{4Fa}$, а модуль скорости после отражения – из закона сохранения энергии: $v_0 = \sqrt{2g(h - \dfrac{a^2}{4F})}$.

После второго отражения тело движется вертикально вверх. Для этого необходимо, чтобы «на подлёте» к точке удара оно имело скорость, направленную от фокуса к этой точке. Это возможно, только если тело попадает в точку с такой же вертикальной координатой, что и точка первого удара, но на противоположной стороне параболоида. Таким образом, движение тела между двумя отражениями полностью совпадает с движением (в постоянном и однородном поле силы тяжести) тела, брошенного под углом к горизонту. Отсюда, кстати, сразу можно сделать вывод, что первая (а, следовательно, и вторая!) точка отражения находятся ниже фокуса, следовательно $a^2/4F<F$, значит, $a<2F$. Также нетрудно заметить, что траектория симметрична относительно оси зеркала, её начальная и конечная точки эквивалентны: начав движение в конечной точке, тело вернётся в начальную; а вершина траектории лежит на оси симметрии параболоида.

Поскольку начальная и конечная точки находятся на одной горизонтали и расстояние между ними равно $2a$, можно, воспользовавшись формулой для дальности полета тела, брошенного под углом к горизонту, записать: $2a=v_0^2\sin 2\alpha/g$. Подставляя сюда выражение для v_0 и воспользовавшись, например, известной формулой $\sin 2\alpha = \dfrac{2\mathrm{tg}\alpha}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}$, получим:

$$h = \frac{a^2}{4F} + \frac{a}{\sin 2\alpha} = \frac{a}{2}\left(\frac{a}{2F} + \frac{1}{\mathrm{tg}\alpha} + \mathrm{tg}\alpha\right) = \frac{a}{2}\left(\frac{a}{2F} + \frac{4Fa}{4F^2 - a^2} + \frac{4F^2 - a^2}{4Fa}\right).$$

Ответ: $\dfrac{a}{2}\left(\dfrac{a}{2F} + \dfrac{2Fa}{4F^2 - a^2} + \dfrac{4F^2 - a^2}{2Fa}\right)$ при $a<2F$. Следует отметить, что в зависимости от выбранного способа преобразований ответ может иметь другой вид. Все ответы, приводимые к указанному тождественными преобразованиями, следует засчитывать как верные.

Критерии оценивания

Показано, что между двумя ударами тело будет двигаться по симметричной относительно оси параболе	3
Определен модуль скорости в точке удара	2
Определен угол, который скорость после отражения образует с горизонтом	2
Получен ответ	3

10-2. Из условия следует, что масса саранчи 3 грамма. На саранчу в момент отталкивания действуют две силы:

- сила реакции $\vec{F}_\text{р}$ платформы, которая согласно 3 закону Ньютона равна по модулю и противоположна по направлению силе давления саранчи на платформу.
- сила тяжести $m\vec{g}$.

Их векторная сумма определяет величину и направление ускорения саранчи:

$$\vec{F} = \vec{F}_\text{р} + m\vec{g}.$$

Направим ось Oy вертикально вверх, а ось Ox — горизонтально в сторону прыжка. Тогда $F_x = F_\text{р} \cdot \cos(57°)$, где $\cos(57°) = \sqrt{1-0{,}84^2} = 0{,}54$, а $F_y = F_\text{р} \cdot \sin(57°) - mg$.

Показания весов в момент отталкивания совпадают с величиной вертикальной проекции силы давления, поэтому $F_\text{р}$=0,0385·9,8/sin 57°≈0,45 Н. Тогда модуль равнодействующей $F = \sqrt{(F_p\cos 57^\circ)^2 + (F_p \sin 57^\circ - mg)}$ ≈0,323 Н. Тогда ускорение саранчи $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{0{,}323}{0{,}003} \approx 108$ м/с^2.

Ответ: 108 м/с^2.

Критерии оценивания

Записан второй закон Ньютона для саранчи в проекциях	3
Записана связь показаний весов в момент прыжка с модулем силы давления	3
Получена равнодействующая	3
Получен ответ	1

10-3. Пусть плотность кубика $\rho>\rho_0$. Тогда сумма сил тяжести и Архимеда, равная $g(\rho-\rho_0)a^3$, стремится сместить кубик вниз. Этой силе противодействует сила сухого трения μN, где N – сила нормальной реакции стенки, равная силе давления воды на боковую грань кубика. Очевидно, что эта сила уменьшается с уменьшением уровня воды, в то время как сила Архимеда при этом не меняется. Поэтому достаточно рассмотреть предельный случай, когда уровень воды находится вровень с верхней гранью кубика. Поскольку давление воды линейно зависит от глубины, то для вычисления силы можно использовать среднее давление воды $\rho ga/2$, тогда $N= \rho ga^3/2$, и условие равновесия принимает вид

$g(\rho-\rho_0)a^3 \le \mu\rho_0 ga^3/2$, откуда $\rho \le \rho_0(1+\mu/2)$.

В случае $\rho<\rho_0$ абсолютно аналогичные вычисления приводят к результату $\rho \ge \rho_0(1-\mu/2)$.

Ответ: $\rho_0(1-\mu/2) \le \rho \le \rho_0(1+\mu/2)$.

Комментарий: в действительности условие поступательного движения кубика выполняется не всегда. В случае очень легкого либо очень тяжелого кубика он начнет вращаться раньше, чем скользить вдоль стенки. Точный расчет (требующий вычисления интеграла вида $\int x^2 dx$ для определения момента силы давления на боковую поверхность) показывает, что указанное в задаче неравенство действительно соответствует нахождению кубика в покое только при $\mu<2/3$.

Критерии оценивания

В одном из случаев ($\rho>\rho_0$ либо $\rho<\rho_0$):	
изображены либо описаны (с указанием направлений) действующие на кубик силы	2
Рассчитана сила давления воды на боковую грань в предельном либо в произвольном случае. (**Если расчет ведется через среднее давление, но обоснование корректности такого подхода отсутствует, то только 1 балл!**)	3
Получен ответ	2
Проведен анализ второго случая, в т.ч. получен ответ	3

10-4. См. решение задачи 9-5.

10-5. Падающий луч пересекается с зеркалом в точке с координатами (a, $a^2/4F$), и, в соответствии со свойствами параболы, отраженный луч проходит через фокус (в дальнейшем решении полагаем $a>0$, поскольку случай $a<0$ абсолютно аналогичен). Возможны два различных вариант: либо а) отраженный луч сразу попадет на пластину, либо б) он сначала попадет на зеркало и отразится второй раз. В этом случае в соответствии со свойствами параболы он после отражения пойдет параллельно оси.

Уравнение отраженного первый раз луча можно построить как уравнение прямой, проходящей через две точки: (a, $a^2/4F$) и (0,F)

$\dfrac{y-F}{x-0}=\dfrac{a^2/4F-F}{a-0}$, откуда $y=x\left(\dfrac{a}{4F}-\dfrac{F}{a}\right)+F$, или $x=a\dfrac{(y-F)}{a^2/4F-F}$

Условию, разграничивающему варианты а) и б), соответствует попадание луча в точку ($-4F$, $4F$), что дает уравнение $a^2-3Fa+4F^2=0$, $a=F$ (с учетом условия $a>0$). Построением несложно убедиться, что вариант а) реализуется при $a<F$. В этом случае точка пересечения луча с пластиной имеет горизонтальную координату $x_a=x=a\dfrac{(4F-F)}{a^2/4F-F}$. Тогда искомое расстояние $\Delta=|x_a-a|=a\dfrac{16F^2-a^2}{4F^2-a^2}$.

В варианте б) нужно найти точку пересечения отраженного луча с параболой:

$\begin{cases} y=x\left(\dfrac{a}{4F}-\dfrac{F}{a}\right)+F \\ y=\dfrac{x^2}{4F} \end{cases}$, $x^2-x\left(a-\dfrac{4F^2}{a}\right)-4F^2=0$, $x=-\dfrac{4F^2}{a}$ (отбрасывая корень $x=a$, соответствующий первому отражению).

После второго отражения луч идет вдоль оси, поэтому его точка пересечения с пластиной будет иметь такую же координату, и тогда $\Delta=a+4F^2/a$.

Ответ: $a\dfrac{16F^2-a^2}{4F^2-a^2}$ при $a<F$, $a+4F^2/a$ при $a>F$

Критерии оценивания

Указано, что возможны два различных случая	2
Определено граничное значение a	2
Получен ответ в варианте а)	3
Получен ответ в варианте б)	3

11 класс

11-1. Пусть скорость шайбы направлена под углом α к горизонтальной линии на плоскости. Движение шайбы на плоскости аналогично движению тела, брошенного под углом к горизонту, с заменой ускорения свободного падения на его компоненту $a=g\sin\beta$, направленную вдоль плоскости. Направим ось OX по горизонтали, лежащей в плоскости, а ось OY – по перпендикулярной к ней и лежащей в плоскости прямой (рис. 17). Пусть начальная скорость шайбы образует с осью OX угол α.

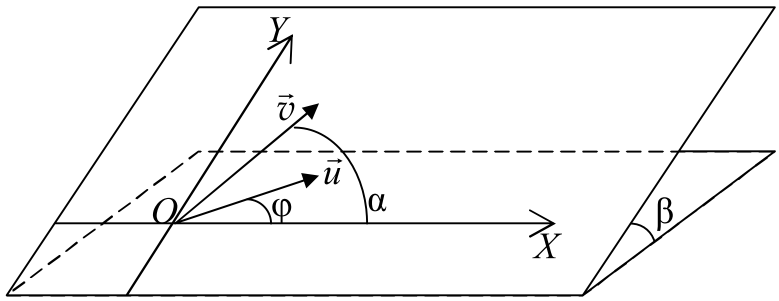

Рис. 17

Движение Саши равномерное по обеим осям, а движение шайбы – равномерное по оси OX и равноускоренное по оси OY. . Поскольку они встретились в одной точке, то проекции их скоростей на ось OX должны быть равны: $v\cos\alpha=u\cos\varphi$.

Кроме того, должны совпасть их y-координаты в момент встречи: $vt\sin\alpha-g\sin\beta t^2/2=ut\sin\varphi$.

Используя эти два условия, можно определить время движения Саши t, а по нему – и пройденное им расстояние

$$S=ut=\frac{2u}{a}(v\sin\alpha-u\sin\varphi)=\frac{2}{g\sin\beta}\frac{u}{v}\left(\sqrt{1-\frac{u^2}{v^2}\sin^2\varphi}-\frac{u}{v}\cos\varphi\right)$$

Ответ: $\frac{2}{g\sin\beta}\frac{u}{v}\left(\sqrt{1-\frac{u^2}{v^2}\sin^2\varphi}-\frac{u}{v}\cos\varphi\right)$. Заметим, что такая ситуация возможна не при любых значениях скоростей.

Критерии оценивания

Указано, что движение шайбы по плоскости равноускоренное, и определено ускорение	3
Записаны условия встречи	4
Получен ответ	3

11-2. Поскольку расстояние между шарами составляет около 8% расстояния между их центрами, то изменением расстояния между центрами шаров в процессе движения можно пренебречь. Тогда ускорение каждого из шаров $a=G\frac{m}{D^2}=G\frac{\pi D\rho}{6}$ можно считать постоянным. Теперь вычислим время, используя кинематическое соотношение $d=a\frac{t^2}{2}$ (здесь d=0,5 дюйма – расстояние, на которое сместился центр шара до столкновения). Из этих соотношений несложно определить :

$$t=\sqrt{\frac{12d}{\pi G\rho D}}=\sqrt{\frac{12\cdot 1{,}24\cdot 10^{-2}}{3{,}14\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 1{,}135\cdot 10^{4}\cdot 0{,}31}}\approx 450\text{ с}$$

Ответ: примерно 450 с.

Комментарии: 1. В действительности расстояние между центрами шаров в течение эксперимента меняется примерно на 4%. Поэтому погрешность полученного результата будет примерно 2%, поскольку это расстояние в итоговую формулу входит в степени 1/2. Рекомендуем засчитывать в качестве верных ответы, отличающиеся от указанного в пределах 5%.

2. Г. Кавендиш измерял, конечно, не время, а угол, на который под действием силы притяжения шаров закручивается нить, на которой они подвешены. Однако оценка характерного времени процесса важна при планировании эксперимента: при большом времени возрастает роль случайных факторов.

Критерии оценивания

Указано, что в данных условиях ускорение можно считать постоянным	3
Ускорение выражено через размеры и плотности шара	3
Записана связь ускорения и времени сближения	2
Получен ответ	2

11-3. Обозначим: давление атмосферы p_0, масса поршня M, масса добавочного груза m, площадь большого сосуда S, маленького S'. Остальные обозначения показаны на рис. 18.

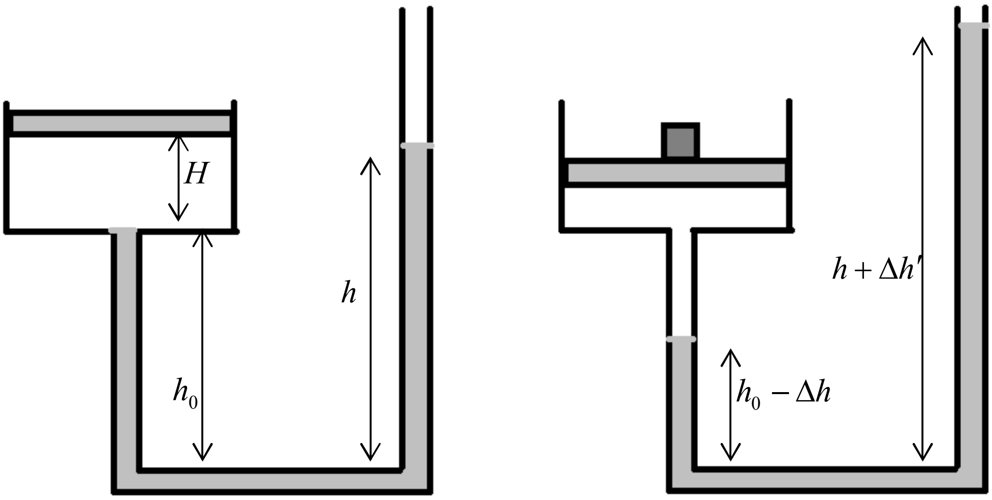

Рис. 18

Проведем предварительные расчеты: заметим, что поршень массой 100 кг и площадью 10 м^2 создает избыточное давление всего 100 Па, поэтому по сравнению с атмосферным давлением 10^5 Па им можно пренебрегать. Объем под поршнем в начальном положении 100 м^3. Воздух массой 50 кг, занимающий этот объем при температуре 350 К, создаст под поршнем давление $p=mRT/MV\approx5\cdot10^4$ Па=0,5 атм. Этого недостаточно, чтобы компенсировать атмосферное давление снаружи, поэтому кроме давления воздуха необходимо учитывать и давление насыщенных паров воды, которое, следовательно, составляет $p_п=5\cdot10^4$ Па.

При добавлении на поршень дополнительного груза он опустится вниз на некоторое расстояние ΔH, в результате уровень воды как в левом, так и в правом коленах трубки изменится.

Запишем условие равенства гидростатических давлений на обеих концах соединительной трубки:

в начальном положении $p_0 + \frac{Mg}{S} + \rho g h_0 = p_0 + \rho g h$

в конечном положении $p_0 + \frac{(M+m)g}{S} + \rho g(h_0 - \Delta h) = p_0 + \rho g(h + \Delta h')$

Вычитая эти уравнения, имеем $\frac{mg}{S} = \rho g(\Delta h + \Delta h')$ (1)

Запишем условие равновесия поршня:

в начальном положении $p_0 = p_{\text{п}} + \frac{\nu_{\text{возд}} RT}{SH}$

в конечном положении: $p_0 + \frac{mg}{S} = p_{\text{п}} + \frac{\nu_{\text{возд}} RT}{S(H - \Delta H) + S'\Delta h}$

Здесь учтено, что, поскольку песок насыпают медленно, то процесс происходит изотермически, при этом давление насыщенного пара не меняется, а давление воздуха меняется в соответствии с уравнением состояния идеального газа.
Вычитая эти уравнения, получаем

$$\frac{mg}{S} = \frac{\nu_{\text{возд}} RT}{SH}\left(\frac{1}{1 - \frac{\Delta H}{H} + \frac{S'}{S}\frac{\Delta h}{H}} - 1\right) = \frac{\nu_{\text{возд}} RT}{SH}\left(\frac{1}{1 - \frac{S\Delta H - S'\Delta h}{SH}} - 1\right) \qquad (2)$$

В результате описанной процедуры объем газа под поршнем уменьшился на $S\Delta H - S'\Delta h$. Содержавшийся в этом объеме пар сконденсировался, и образовавшаяся вода прибавилась к уже имевшейся в узкой трубке. Это привело к дополнительному повышению уровня на $\Delta h' - \Delta h - = \frac{p_{\text{п}}(S\Delta H - S'\Delta h)\mu}{\rho S' RT}$ (3)

(μ – молярная масса воды, ρ – ее плотность).
Выражая $S\Delta H - S'\Delta h$ из (2) и подставляя в (3), имеем

$$\Delta h' - \Delta h = \frac{p_{\text{п}} \mu SH}{\rho S' RT} \frac{mgH}{mgH + \nu_{\text{возд}} RT}$$

Полученное уравнение совместно с уравнением (1) образует простую систему, из которой несложно найти требуемое значение $\Delta h'$ (на этом этапе решения целесообразно подставить числа):

$$\Delta h' - \Delta h = \frac{5\cdot 10^4 \cdot 18 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10}{10^3 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cdot 8{,}31 \cdot 350} \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10}{50 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10 + \frac{50}{29 \cdot 10^{-3}} \cdot 8{,}31 \cdot 350} \approx 3{,}1 \text{ м}$$

$\Delta h + \Delta h' = \frac{m}{S\rho}$ =5,0 м. Отсюда $\Delta h' \approx 4$ м

Заметим, что без учета конденсации пара получился бы ответ 2,5 м, т.е. в данном случае эффект оказывается существенным.

Ответ: примерно на 4 м.

Критерии оценивания

Показано, что под поршнем содержится также насыщенный водяной пар, и опреде-	2

лено его давление

Записано уравнение (1) или эквивалентное ему	1
Записано уравнение (2) или эквивалентное ему	2
Записано уравнение (3) или эквивалентное ему	3
Получен численный ответ	2

11-4. Пусть I – ток, текущий через источник. ЭДС индукции в катушке по определению есть $\mathcal{E}_i=-d\Phi/dt=-d(LI_0)/dt=-I_0\, dL/dt$. В этом случае 2-й закон Кирхгофа, записанный для двух контуров, будет иметь вид

$$\mathcal{E}=(I-I_0)R+Ir \text{ и } -I_0 dL/dt=(I-I_0)R.$$

Исключая из них I, получаем $\frac{dL}{dt}=\left(r-\frac{\mathcal{E}}{I}\right)\frac{R}{R-r}$. Поскольку все величины в правой части постоянны, то индуктивность будет зависеть от времени по закону $L=\left(r-\frac{\mathcal{E}}{I_0}\right)\frac{R}{R-r}t+const$. Обратим внимание, что при $\frac{\mathcal{E}}{r}=I_0$ индуктивность остается постоянной. Действительно, в этом случае источник фактически замкнут накоротко, поскольку индуктивность идеальная, а соответствующий ток и есть ток короткого замыкания.

Ответ: $L=\left(r-\frac{\mathcal{E}}{I_0}\right)\frac{R}{R-r}t+const$

Критерии оценивания

Записан 2-й закон Кирхгофа для двух контуров	3
Записана связь ЭДС индукции и скорости изменения индуктивности	3
Получено выражение для скорости изменения индуктивности	2
Получен ответ	2

11-5. Из симметрии относительно оптической оси системы и обратимости хода лучей следует, что при выполнении условия задачи входящий и выходящий лучи расположены симметрично относительно оси.

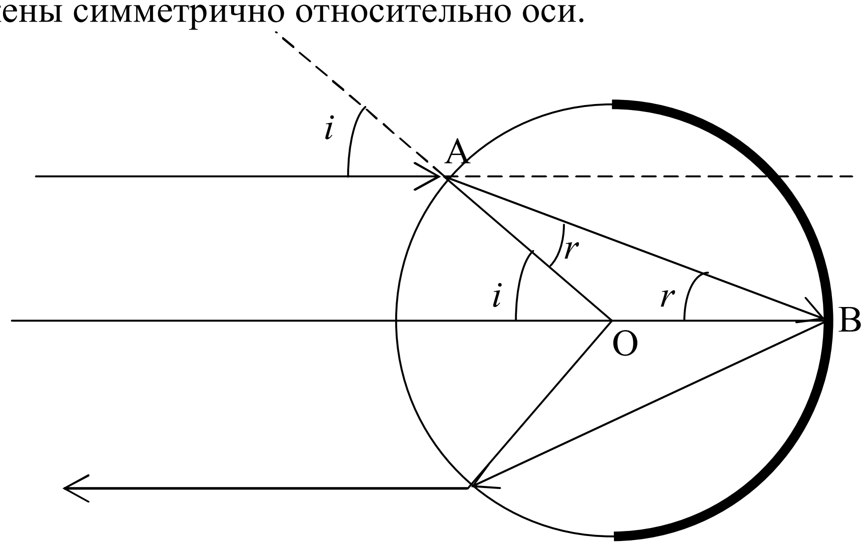

Рис. 18

Тогда ход лучей имеет показанный на рис. 18 вид, и из несложных геометрических рассуждений следует, что угол падения i связан с углом преломления r соотношением $i=2r$ (например, можно заметить, что угол i – внешний к равнобедренному треугольнику AOB, углы при основании в котором и равны r). С другой стороны, эти углы связаны законом преломления: $\sin i = n \sin r$. Заметим также, что $i \neq 0$ (падающий луч не лежит на оси).

Тогда должно выполняться соотношение $\sin i = n \sin(i/2)$, откуда $\cos(i/2) = n/2$. С одной стороны, $\cos(i/2) < 1$, поэтому $n < 2$. С другой стороны, $i \leq 90°$, поэтому $n/2 \geq \cos 45°$ (косинус – убывающая функция). Объединение этих двух условий приводит к неравенству $\sqrt{2} \leq n < 2$.

Ответ: $\sqrt{2} \leq n \leq 2$

Комментарий: аналогичный ход лучей в водяной капле приводит к образованию радуги. Однако поскольку показатель преломления воды n=1,33 не попадает в указанный интервал, в этом случае выход луча параллельно упавшему на каплю невозможен.

Критерии оценивания

Построен ход лучей	2
Записан закон преломления	1
Показано, что $i = 2r$	2
Получено уравнение $\cos(i/2) = n/2$ или аналогичное	2
Получен ответ	3

Составители настоящего пособия надеются, что им удалось избежать опечаток в *условиях* задач. В то же время они уверены, что в *решениях* задач опечатки, к сожалению, остались, и будут благодарны за указание на них. Эти сведения, а также любые вопросы по условиям и решениям задач авторы просят присылать Савину Алексею Владимировичу (см. контакты на с. 2).